	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.-CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Sea $f(t) = \dfrac{1}{1+e^t}$.

a) Calcular $\int f(t)dt.$ **(1,5 puntos)**

b) Sea $g(x) = \int_0^x f(t)dt.$ Calcular $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)}{x}.$ **(1 punto)**

E2.- Dada la función $f(x) = \dfrac{ae^{2x}}{1+x}$, se pide:

a) Hallar a para que la pendiente de la recta tangente a la función en $x=0$ valga 2. **(0,5 puntos)**

b) Para $a=1$, estudiar el crecimiento, decrecimiento y extremos relativos. **(1 punto)**

c) Para $a=1$, hallar sus asíntotas. **(1 punto)**

E3.- Se considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax+y+z=(a-1)(a+2) \\ x+ay+z=(a-1)^2(a+2) \\ x+y+az=(a-1)^3(a+2) \end{cases}$.

a) Discutir el sistema según los valores del parámetro a. **(1,5 puntos)**

b) Resolver el sistema para $a=1$. **(0,5 puntos)**

c) Resolver el sistema para $a=-2$. **(0,5 puntos)**

E4.- Se consideran las rectas: $r \equiv \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-3}{2}$; $s \equiv \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$.

a) Justificar razonadamente que ambas rectas se cruzan. **(1 punto)**

b) Hallar la perpendicular común y que corta a las dos rectas. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- a) Calcular $\int \frac{1}{x^2+2x+3}\,dx$. **(1,5 puntos)**

b) Calcular los valores del parámetro a para que las tangentes a la gráfica de la función $f(x)=ax^3+2x^2+3$ en los puntos de abscisas $x=1$ y $x=-1$ sean perpendiculares. **(1 punto)**

E2.- Se considera la función $f(x)=e^x+\ln(x)$, $x\in(0,\infty)$ donde ln denota el logaritmo neperiano.

a) Estudiar la monotonía y las asíntotas de $f(x)$. **(1 punto)**

b) Demostrar que la ecuación $x^2e^x-1=0$ tiene una única solución c en el intervalo $[0,1]$. **(0,75 puntos)**

c) Deducir que f presenta un punto de inflexión en c. Esbozar la gráfica de f. **(0,75 puntos)**

E3.- Sea M una matriz cuadrada que cumple la ecuación $M^2-2M=3I$, donde I denota la matriz identidad.

a) Estudiar si existe la matriz inversa de M. En caso afirmativo expresar M^{-1} en términos de M e I. **(1,25 puntos)**

b) Hallar todas las matrices M de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ que cumplen la ecuación $M^2-2M=3I$. **(1,25 puntos)**

E4.- Un cuadrado tiene dos vértices consecutivos en los puntos $P(2,1,3)$ y $Q(1,3,1)$; los otros dos sobre una recta r que pasa por el punto $R(-4,7,-6)$.

a) Calcular la ecuación de la recta r. **(0,5 puntos)**
b) Calcular la ecuación del plano que contiene al cuadrado. **(1 punto)**
c) Hallar las coordenadas de uno de los otros vértices. **(1 punto)**